

Laserphysik

Moritz Bubek, Andrej Grimm
bubek@gmx.de, andrej.grimm@uni-konstanz.de

21. Oktober 2004

In diesem Versuch werden grundlegende Phänomene der Laserphysik an einem dioden-
gepumpten Nd YAG-Lasersystem untersucht: dazu gehören das optische Pumpen des
Nd YAG Kristalls mit einer Laserdioden, der Aufbau des Laserresonators bis hin zur
Beobachtung der Frequenzverdopplung.

1 Grundlagen der Laserphysik

1.1 Wechselwirkung zwischen Atomen und Licht

Unter Einfluss eines elektromagnetischen Feldes können in einem Atom zwei Prozesse ausgelöst
werden: die Absorption eines Energiequants bzw. Photons und die induzierte Emission eines Pho-
tons.

- Absorption

Bei der Absorption des Photons wird ein Atom in einen energetisch höheren Zustand an-
gehoben. Die Differenz zwischen dem Ausgangsniveau E_1 und dem angeregten Niveau E_2
entspricht der Energie des absorbierten Photons $E_{ph} = E_2 - E_1$. Die Rate dn_1/dt mit der
dieser Prozess stattfindet, hängt von der Besetzungszahl des unteren Niveaus n_1 und der
Energiedichte u_{ph} des äußeren Feldes ab.

$$k_A = \frac{dn_1}{dt} = -B_{12} n_1 u_{ph} \quad (1)$$

Die Proportionalitätskonstante B_{12} heißt Einsteinkoeffizient der Absorption. Die Rate gibt
an, wieviele Photonen in der Zeit dt absorbiert werden.

- Induzierte Emission

Bei der induzierten Emission wird ein Photon durch einen Energieübergang des Atoms in ein
niedriges Niveau emittiert. Die Energie des emittierten Photon entspricht der Energiediffe-
renz $E_{ph} = E_2 - E_1$ der Niveaus. Die Rate dn_2 mit der dieser Prozess stattfindet, hängt von
der Besetzungszahl des höheren Niveaus n_2 und der Energiedichte u_{ph} des äußeren Feldes
ab.

$$k_{IE} = \frac{dn_2}{dt} = -B_{21} n_2 u_{ph} \quad (2)$$

Die Proportionalitätskonstante B_{21} heißt Einsteinkoeffizient der induzierten Emission. Die
Rate gibt an, wieviele Photonen in der Zeit dt emittiert werden.

Für beide Prozesse ist ein elektromagnetisches Feld notwendig. Ein weiterer Prozess findet auch
ohne äußeres Feld statt:

- Spontane Emission

In diesem Fall wird bei einem spontanen Energieübergang eines Atoms ein Photon emittiert. Die Energie des Photons entspricht der Energiedifferenz der Niveaus. Die Rate dieses Prozesses hängt nur von der Besetzungszahl des höheren Niveaus n_2 ab.

$$k_{SE} = \frac{dn_2}{dt} = -A_{21} n_2 \quad (3)$$

Die Proportionalitätskonstante A_{21} heißt Einsteinkoeffizient der spontanen Emission.

1.2 Ratengleichung des Zweiniveausystems

Bei einem System mit zwei möglichen Energieniveaus und einer konstanten Anzahl an Atomen n gilt $n = n_1 + n_2$. Daraus folgt für die Raten $\frac{dn_1}{dt} = -\frac{dn_2}{dt}$. Die Gesamtrate aller Prozesse lautet somit:

$$\frac{dn_2}{dt} = k_{IE} + k_{SE} - k_A \quad (4)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = \underbrace{B_{12} u_{ph} n}_{C_2} - \underbrace{((B_{12} + B_{12}) u_{ph} + A_{21}) n_2}_{C_1} \quad (5)$$

Diese DGL für die Besetzungszahl n_2 des höheren Niveaus besitzt folgende Lösung:

$$n_2(t) = \left(n_2(0) - \frac{C_2}{C_1} \right) e^{-C_1 t} + \frac{C_2}{C_1} \quad (6)$$

Die Besetzungszahl n_2 läuft für große Zeiten immer gegen den Wert C_2/C_1 . Die Ableitung der Lösung geht für große Zeiten gegen Null.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dn_2}{dt} = \lim_{t \rightarrow \infty} (C_2 - C_1 n_2(0)) e^{-C_1 t} = 0 \quad (7)$$

Das System endet in einem stabilen Gleichgewicht. Die Anzahl der Absorptionsprozesse entspricht der Anzahl der Emissionsprozesse. Die Photonendichte wird nicht erhöht und das System kann nicht anfangen zu lasen.

1.3 Vierniveausystem

Um zu erreichen, dass Photonen einer bestimmten Wellenlänge verstärkt werden, benötigt man eine dauerhafte Besetzungsinversion zwischen zwei Energieniveaus. Besetzungsinversion bedeutet, dass sich mehr Atome im höheren Niveau als im niedrigen befinden. In diesem Zustand werden mehr Photonen emittiert als absorbiert. Damit die Besetzungszahlen nicht ins Gleichgewicht geraten (s. Abschnitt X), muss das obere Niveau über einen Umweg aufgefüllt werden. Über thermische Anregung des Systems kann keine Besetzungsinversion erzielt werden, da sich laut Boltzmannverteilung immer mehr Atome im niedrigeren Zustand befinden. Ein Vierniveausystem (s. Abb. X) kann eine dauerhafte Besetzungsinversion herstellen.

Die Einstrahlung des Pumplichts regt Übergänge aus Niveau 1 in Niveau 4 an. Aus diesem Niveau relaxieren die Atome schnell in Niveau 3. Die dabei stattfindenden Übergänge sind strahlungslose mechanische Wechselwirkungen, wie Stöße oder Schwingungen. Der schnelle Übernag verhindert die Rückkehr in das Ausgangsniveau, unter Emission eines Photons. Zwischen den Niveaus 2 und 3 finden alle in Abschnitt X vorgestellten Prozesse statt. Aus Niveau 2 gelangen die Atome strahlungslos zurück in das Ausgangsniveau 1.

Zwei Eigenschaften des Vierniveausystems ermöglichen die Besetzungsinversion. Die schnelle Relaxation von Niveau 4 füllt das Niveau 3 kontinuierlich auf. Von Niveau 3 kann nur noch der erwünschte Laserübergang nach Niveau 2 stattfinden. Die kurze Lebensdauer von Niveau 2, erhöht die Differenz $n_3 - n_2$ zwischen den Besetzungszahlen der Niveaus 2 und 3, und somit die Besetzungsinversion.

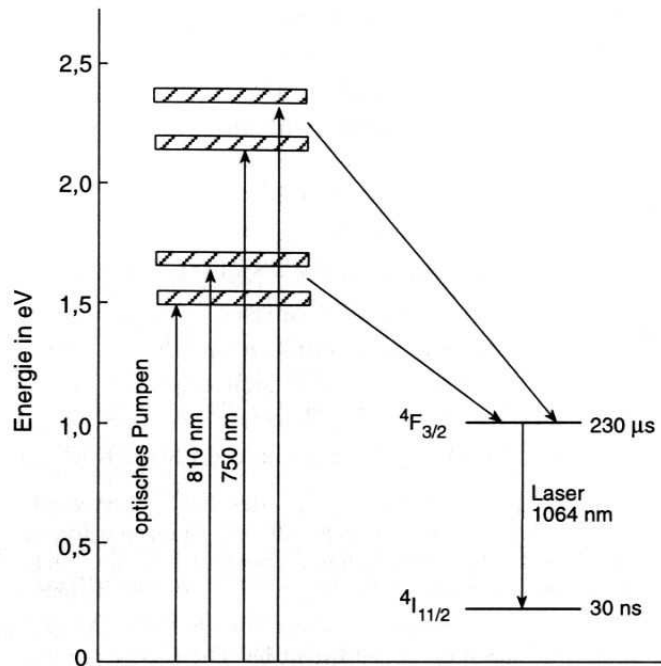


Abbildung 1: Vereinfachtes Energietermschema von Neodym

1.4 Ratengleichung des Vierniveausystems

Analog zu Abschnitt X können Ratengleichungen aufgestellt werden, um das Zeitverhalten der Besetzungszahlen herzuleiten. Es werden die Raten der relevanten Prozesse im Vierniveausystem berücksichtigt:

- **Optisches Pumpen**

Die Rate für das optische Pumpen entspricht dem Absorptionsprozess im Ausgangsniveau 1. Die Rate ist proportional zur Besetzungszahl des Niveaus n_1 mit der Proportionalitätskonstante W_P . Da das Niveau 4 schnell ins Niveau 3 relaxiert, gibt die Pumprate die Änderung der Besetzungszahl in Niveau 3 an.

$$k_P = \frac{dn_4}{dt} = \frac{dn_3}{dt} = W_P n_1 \tag{8}$$

- **Spontane Emission**

Die Rate der spontane Emission entspricht der Gln. X. Der Übergang findet zwischen den Niveaus 3 und 2 statt.

$$k_{SE} = \frac{dn_3}{dt} = -W_{SE} n_3 \tag{9}$$

- **Induzierte Prozesse**

Die Raten für die Absorption und der induzierten Emission aus Gln. x und y werden zu einer Rate für induzierte Prozesse zusammengefasst. Anstatt der Energiedichte u_{ph} wird nun die Photonendichte d berücksichtigt.

$$k_I = \frac{dn_3}{dt} = W_A n_2 p - W_{IE} n_3 p = W_I p (n_2 - n_3) \tag{10}$$

Für die gesamte Änderung der Besetzungszahl des Niveau 3 gilt folgende Gleichung:

$$\frac{dn_3}{dt} = W_P n_1 + W_A p n_2 - (W_{SE} + W_{IE} p) n_3 \tag{11}$$

Unter der Annahme, dass Niveau 2 nur gering besetzt ist $n_2 \approx 0$ folgt für die Besetzungszahlen von Niveau 1 und 3, dass deren Summe konstant ist.

$$n_0 = n_1 + n_3 \quad \rightarrow \quad \frac{dn_1}{dt} = -\frac{dn_3}{dt} \quad (12)$$

Man kann nun eine DGL für die Besetzungsinversion $n = n_3 - n_1$ aufstellen.

$$\frac{dn}{dt} = -W_I p n - W_{SE} n + W_P (n_0 - n) \quad (13)$$

Um den Laserprozess vollständig beschreiben zu können, benötigt man auch die zeitliche Veränderung der Photonendichte d . Dabei werden die Photonen berücksichtigt, deren Energie der Energiedifferenz zwischen Niveaus 2 und 3 entspricht. Induzierte Emission erhöht die Photonendichte. Absorption reduziert die Photonendichte. Zusätzlich kommt es zu Verlusten im Resonator. Man erhält folgende DGL für die Photonendichte:

$$\frac{dp}{dt} = (W_I n - 1/\tau) p \quad (14)$$

Gleichung x und y bilden ein Paar gekoppelter nichtlinearer Differentialgleichungen. Die stationäre Lösungen lassen sich leicht angeben. Es gibt keine analytische Lösung für den Zeitverlauf der Besetzungsinversion bzw. Photonendichte.

1.5 Lösungen der Rategleichung

Die stationären Lösungen des Systems erhält man über die Gleichgewichtsbedingungen $\frac{dn}{dt} = 0$ und $\frac{dp}{dt} = 0$. Für die Besetzungsinversion gilt im stationären Laserbetrieb:

$$n = \frac{n_0 W_P}{(W_I p + W_P + W_{SE})} \quad (15)$$

Die zeitabhängige Lösung der Gleichung, beschreibt das System außerhalb des Gleichgewichts oder im gestörten Gleichgewicht. Es existieren keine analytische Lösungen für das Problem.

Beim Ein- bzw. Ausschalten der Pumplichtquelle kommt es zu erheblichen Störungen des Gleichgewichts. Es kommt zum sog. Spiking. Die auftretenden Leistungsspitzen können das 10.000-fache der kontinuierlichen Leistungswerte annehmen.

1.6 Laserresonator

Die in einem Laser zwischen den Spiegeln hin- und herlaufenden Licht bildet stehende Wellen, die bestimmte räumliche Verteilungen der elektrischen Feldstärke besitzen. Diese Verteilungen werden Schwingungsformen oder Moden des optischen Resonators genannt. Für die verschiedenen Moden werden Bezeichnungen der Form TEM_{mnq} verwendet als Abkürzung für Wellen mit transversaler elektrischer und magnetischer Feldstärke. Dabei bedeuten m und n die Zahl der Nullstellen der Feldstärkeverteilung auf den Spiegeln in einem rechtwinkligen oder Polarkoordinatensystem. q gibt die Zahl der Feldstärkemaxima auf der Laserachse an. Oft interessiert lediglich die transversale Feldstärkeverteilung, beschrieben durch TEM_{mn} .

Der Planspiegelresonator wird aus zwei planparallelen Spiegeln gebildet. Zwischen den Spiegeln bilden sich stehende Wellen oder axiale Moden aus. Die Resonatorlänge L ist also ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge:

$$L = q \frac{\lambda_q}{2}, \quad q = 1, 2, 3, \dots \quad (16)$$

Für die Frequenz $f_q = c/\lambda_q$ einer axialen Mode folgt daraus

$$f_q = q \frac{c}{2L} \quad (17)$$

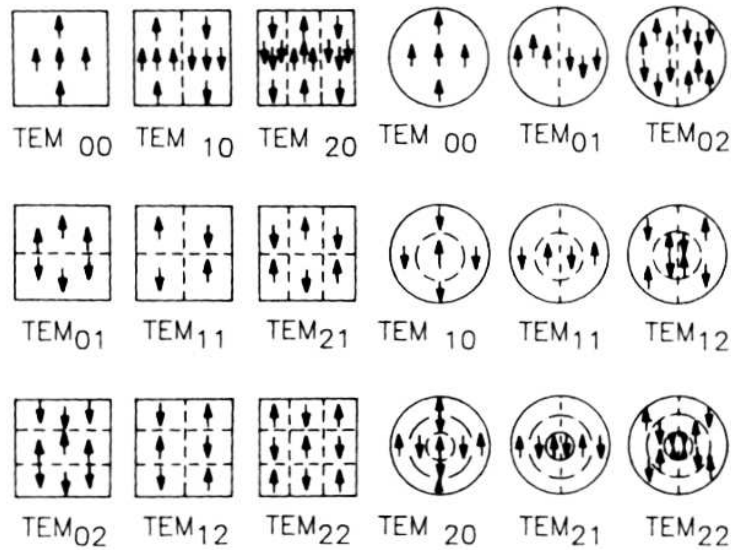


Abbildung 2: Feldverteilung transversaler Moden für runde und quadratische Spiegel.

Der Abstand zwischen zwei axialen Moden beträgt

$$\Delta f = f_q - f_{q-1} = \frac{c}{2L} \quad (18)$$

Ein Ausschnitt aus dem äquidistanten Frequenzspektrum der axialen Moden für ein festes L ist in Abb. X zusammen mit dem Verstärkungsfaktor $G(f)$ dargestellt. In einem Laser werden die Moden anschwingen für die die Schwellwertbedingung erfüllt ist.

Der Hohlspiegelresonator wird häufiger verwendet, da er stabiler ist als der Planspiegelresonator. In einem deartigen Resonator bilden sich Feldverteilungen aus, die Hermite-Gauß-Strahlen entsprechen. Die Grundmode TEM_{00} ist dadurch gekennzeichnet, dass quer zur Laserachse ein Gaußprofil vorhanden ist. Bei höheren transversalen Moden liegen kompliziertere Intensitätsverteilungen vor. Durch Interferenzeffekte treten Nullstellen quer zur Laserachse auf. Die Feldverteilung der transversalen Moden hängt davon ab, ob runde oder rechteckige Spiegel verwendet werden.

1.7 Frequenzverdopplung

Wird in einem Kristall nur eine Lichtwelle mit der Frequenz ω_1 eingestrahlt, so ergibt sich ein nichtlinearer Anteil der Polarisation, der mit der doppelten eingestrahlenen Frequenz $\omega = 2\omega_1$ schwingt. Mit dieser Frequenz wird eine Lichtwelle, die zweite Harmonische abgestrahlt. Um maximale Intensität in Richtung der eingestrahlenen Welle zu erreichen, müssen der Polarisationsanteil mit $2\omega_1$, $2k_1$ und die erzeugte Lichtwelle (ω, k) phasengleich durch das Material laufen.

1.8 Halbleiter-Diodenlaser

Die ursprünglich zum Pumpen von NdYAG-Lasern verwendeten Blitzlampen strahlen kein monochromatisches Licht ab, sondern ein ganzes Spektrum. Da aber der NdYAG-Kristall nur in schmalen Bändern absorbiert, geht hier viel Pumpleistung verloren bzw muß durch Kühlung abgeführt werden. Dies führt zu schlechten Wirkungsgraden. Pumpst man mit einem von der Wellenlänge

passenden Diodenlaser kann man dieses Problem umgehen. Sie haben außerdem den Vorteil, daß sie sehr kleine Abmessungen (sub-mm) haben und wie ein normales Halbleiterbauelement mit geringer Spannung¹ betrieben werden können.

Beim klassischen Laser bei dem die aktiven Medien, Atome oder Moleküle unabhängig voneinander² sind, wird nur ein Laserniveau genutzt. Aufgrund des Pauli-Prinzips kann nur jeweils ein Exciton im gleichen Niveau auftreten, sodaß insgesamt Energiebänder auftreten.

Die Laserdiode ist ein pn-Übergang mit einer eingelagerten intrinsischen Zone. Im Gegensatz zur LED wird aber meist eine Heterostruktur verwendet, bei dem ein Potentialtopf in die intrinsische Zone eingebaut ist.

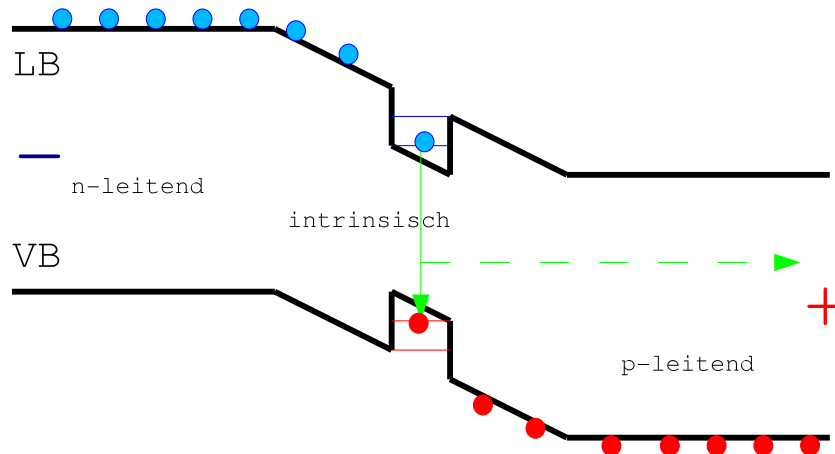


Abbildung 3: Energie- und Funktionsschema einer Heterostruktur Laserdiode

Beim Diodenlaser müssen keine extra Spiegel für den Resonator verwendet werden, an den planparallelen Bruchkanten des Kristalls wird durch den hohen Brechungsindex von Halbleitern (Größenordnung 3.5) ausreichend reflektiert. Mit einer Reflektivität von ca. 30 % und der hohen Verstärkung im Medium reicht dies aus, um zu Lasertätigkeit zu gelangen.

2 Experiment und Ergebnisse

2.1 Leistung der Laserdiode

Die Leistung der Laserdiode wird in Abhängigkeit vom Strom, der durch die Diode fließt und der Temperatur gemessen. Die Temperatur wurde auf konstant 28.5 °C eingestellt und der Strom von 0 auf 650 mA in 50 mA-Schritten erhöht. In Abbildung 4 sieht man deutlich den Knick, ab dem die Laserdiode anfängt zu lasen, die Laserschwelle des Diodenlasers.

2.2 Absorptionsspektrum des NdYAG-Kristalls

Die Absorption des NdYAG-Kristalls wird über die Transmission gemessen. Dazu wird die Temperatur der Diode und damit die Wellenlänge des Diodenlasers zwischen 9 und 35 °C variiert und die im Detektor ankommende Strahlung gemessen. Das Absorptionsmaximum liegt ungefähr bei 29.5 °C, d.h daß bei dieser Temperatur der Diode und der davon abhängigen Wellenlänge des Diodenlasers, der Kristall am besten gepumpt werden kann.

¹vgl. Blitzlampe

²geringe Dotierung

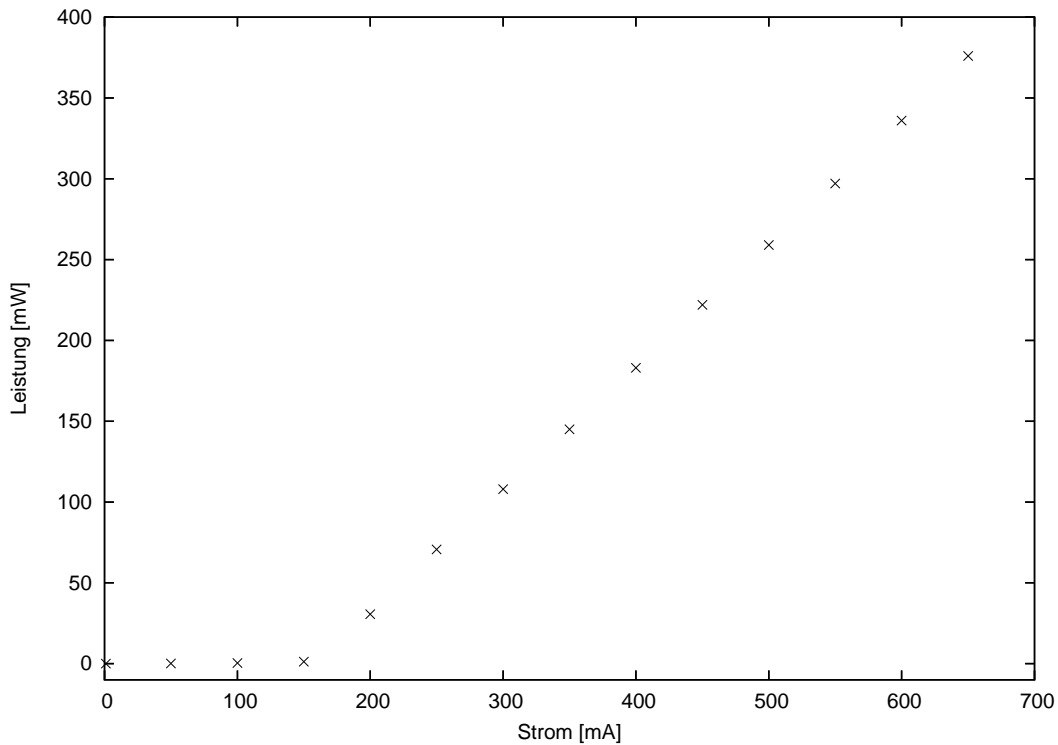


Abbildung 4: Ausgangsleistung der Laserdiode in Abhängigkeit des Diodenstroms (bei $T=28.5\text{ }^{\circ}\text{C}$)

2.3 Messung mit konstanter Wellenlänge

Um später die Wellenlänge genau bestimmen zu können, wird eine Arbeitskurve aufgenommen, die die Beziehung zwischen Temperatur und dem Diodenstrom angibt. Dabei bleibt die Wellenlänge der Diode konstant. Dazu wird die Temperatur auf einen Wert eingestellt und der Strom so verändert, daß wieder ein Absorptionsmaximum im Kristall auftritt, also ein Minimum im Signal.

2.4 Lebensdauer des ${}^4F_{3/2}$ -Niveaus von Nd

Die Lebensdauer des ${}^4F_{3/2}$ -Niveaus von Neodyn kann ermittelt werden, wenn man aus dem Schaubild 7 der Intensität der spontanen Emission einen Abfall auf $1/e$ abliest. Leider ist die Meßmethode nicht sehr genau, da die Daten über die Ausdruckfunktion der Oszilloskops ermittelt werden. Dieser Ausdruck ist aber nur sehr grob aufgelöst, was zu der recht breiten Kurve führt.

Der Kristall wird mit einem Rechtecksignal der Frequenz 867.5 Hz gepumpt, d.h. 576.4 μs lang wird gepumpt und die selbe Zeit wird danach der Abklingvorgang beobachtet. Diese Frequenz ist wohl etwas zu hoch gewählt, da das Abklingen nicht ganz³ beendet ist.

Die durchschnittliche Lebensdauer des Zustands beträgt bei uns $217 \pm 15\ \mu\text{s}$, was im Bereich der in [1] angegebenen Werte von ca. 240 μs liegt.

2.5 Justage des Nd:Yag-Lasers

Der zweite Spiegel wird in den Strahlengang gebracht und justiert. Dazu wird die Reflexion am Auskoppelspiegel betrachtet und versucht diese mit dem Strahl aus dem NdYAG-Kristall in Deckung zu bringen. Mit einem Stück Papier, das man geschickt halb in den Strahl hält, kann man

³soweit das bei einer e-Funktion möglich ist

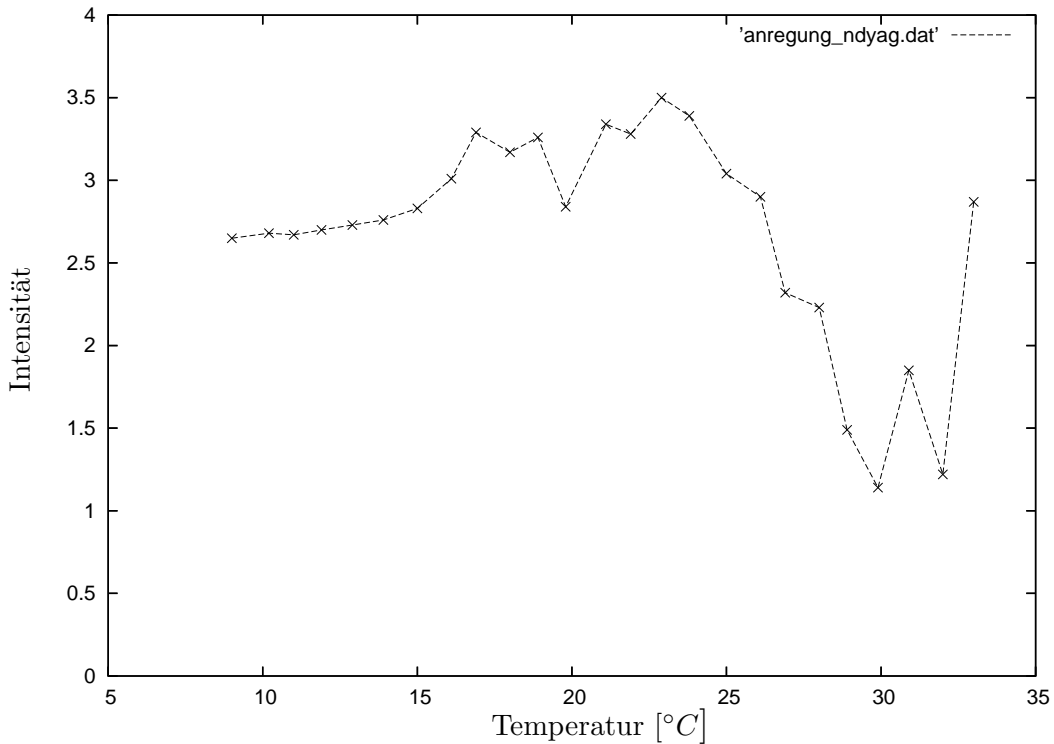


Abbildung 5: Transmission durch den NdYAG-Kristall in Abhängigkeit von der Diodentemperatur. Die Intensität in beliebigen Einheiten hat ein Minimum bei $T=29\text{ }^{\circ}\text{C}$.

beide Strahlen gleichzeitig sehen. Die Justage muß sowohl in horizontaler als auch in vertikaler Richtung erfolgen und um eine gute Justage zu erreichen mehrmals durchgeführt werden.

2.6 Ausgangsleitung des NdYag-Lasers

Mit Hilfe der gegebenen Daten der Laserdiode kann der differentieller Wirkungsgrad unseres Lasers berechnet werden. Er hat einen Wert von 18.4 %.

Aus der Formel für den differentiellen Wirkungsgrad $\alpha_s = \eta \cdot \frac{E_{32}}{E_{41}} \cdot \frac{T}{T+L}$ kann unter Annahme eines verlustfreien Resonator, d.h. $L = 0$, die Quantenausbeute η ermittelt werden. Das Verhältniss $\frac{E_{32}}{E_{41}}$ ist durch die Wellenlänge der Pumpstrahlung und der emittierten Strahlung gegeben.

$$\frac{E_{32}}{E_{41}} = \frac{808\text{ nm}}{1064\text{ nm}} = 0.76$$

Aus den gemessenen Werten kann die Laserschwelle des zusammengebauten NdYAG-Lasers mit Hilfe eines linearen Fits ermittelt werden und beträgt 86 mW

2.7 Einschwingvorgänge des Lasers

Die Einschwingvorgänge werden wiederum mit dem Oszilloskop über dessen Parallelport an den Drucker ausgegeben. Damit kann die Zeit ermittelt werden nachdem das Spiking nachgelassen hat und die Zustandsdichte auf einem konstant gepumpten Wert bleibt.

Bei uns ist wie aus Abb. 9 der exponentiell abfallende Einschwingvorgang nach ca. $500\text{ }\mu\text{s}$ vorüber. Ab diesem Zeitpunkt schwingt das System aber noch leicht um den Mittelwert, was vielleicht durch die bei uns immer vorhandenen verschiedenen Moden erklärt werden kann.

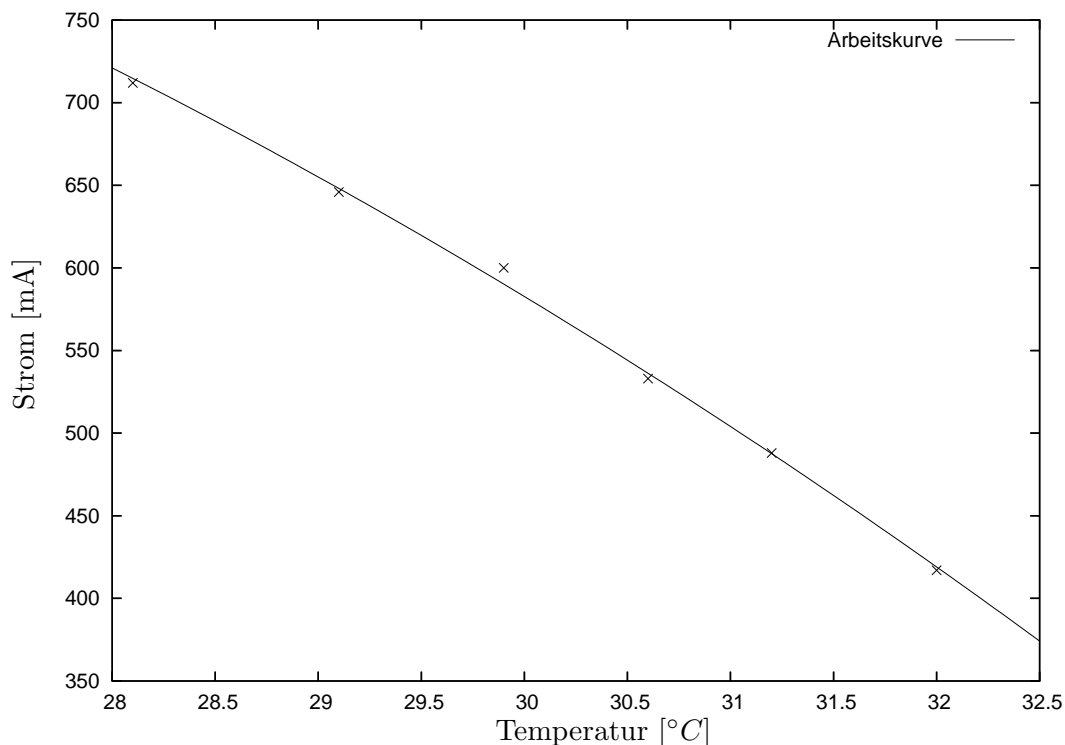


Abbildung 6: Transmission durch den Kristall bei konstanter Wellenlänge

2.8 Frequenzverdopplung

Das vom NdYAG-Laser ausgestrahlte Licht mit 1064 nm kann mit Hilfe eines KTP-Kristalls frequenzverdoppelt werden und somit vom unsichtbaren Infrarot in sichtbares grünes Licht gewandelt werden. Da es sich um einen nichtlinearen Effekt handelt, muß dazu die Intensität des infraroten Lasers besonders hoch sein. Deswegen wird der Auskoppelspiegel durch einen mit geringerer Transmission ersetzt. Für die Frequenzverdopplung wird ein KTP-Kristall in den Laserresonator im Fokus des IR-Lasers eingesetzt und so justiert, bis grünes Licht austritt. In Abb. 10 ist die Ausgangsleistung des frequenzverdoppelten Lichts gegenüber der Pumpleistung aufgetragen. Man sieht deutlich das nur ein geringer Anteil konvertiert wird. Außerdem sieht man auch hier wieder eine Laserschwelle bei 10 mW, ab der grünes Licht emittiert wird.

2.9 Problembehandlung

Bei unserem Versuch konnte bei allen Messungen ein 50 Hz-Netzfrequenz Brummen in der Versorgungsspannung für die Laserdiode festgestellt werden. Dies führte zu zum Teil stark verrauschten Messungen, auch wenn der Effekt nach dem optischen Pumpen des NdYAG-Kristalls abgeschwächt wurde. Trotzdem wäre es gut, die Stabilisierung und Glättung des Netzteils zu verbessern⁴ um den Versuch etwas präziser zu machen.

Literatur

- [1] F.K Kneubühl, M.W. Sigrist, *Laser*, Teubner Studienbücher, 3. Auflage, 1991
- [2] A. Leitenstorfer, *Laserphysik und nichtlineare Optik*, Skript zur Vorlesung, 2004

⁴z.B. durch Kondensator bzw eine aktive Komponente

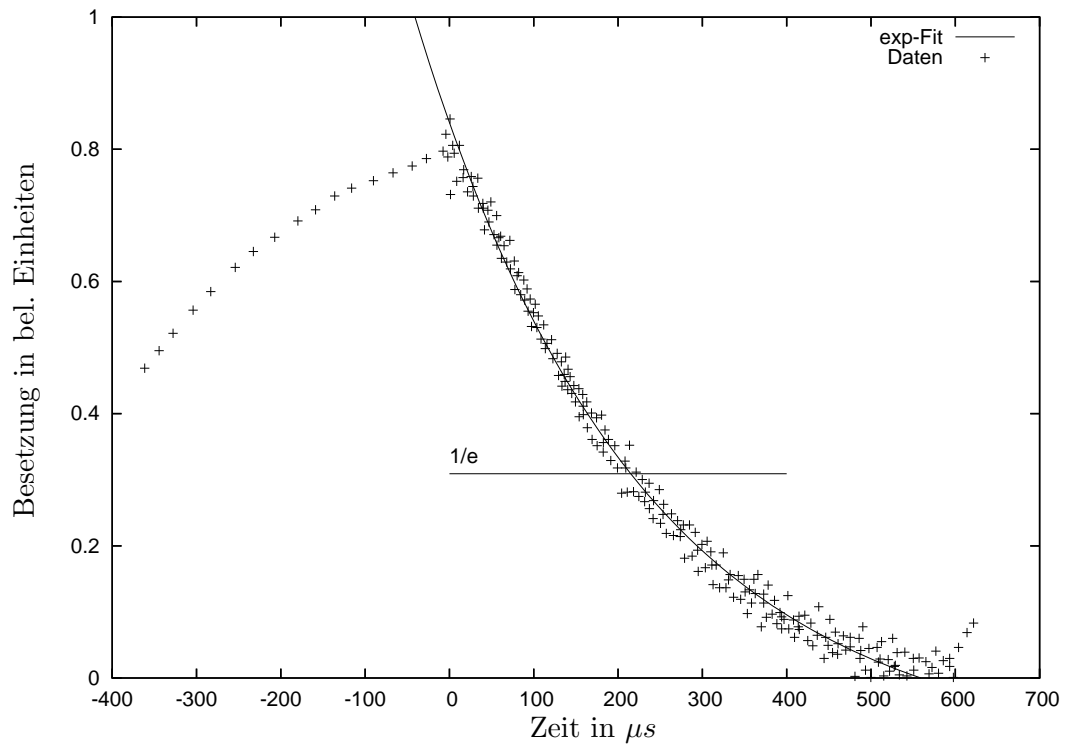


Abbildung 7: Lebensdauer des ${}^4F_{3/2}$: Die Lebensdauer des Zustands kann aus dem Abklingverhalten der spontanen Emission auf $1/e$ abgelesen werden. Die Fehler der Kurve ergeben sich durch Auswertung des Meßplots und spiegeln nicht unbedingt die tatsächlichen Meßfehler wieder. In den Bereichen außerhalb des Abklingvorgangs sind nur die Mittelwerte aufgetragen.

[3] Milloni, *Lasers*,

[4] J. Eichler, H. J. Eichler, *Laser*, Springer, 1998

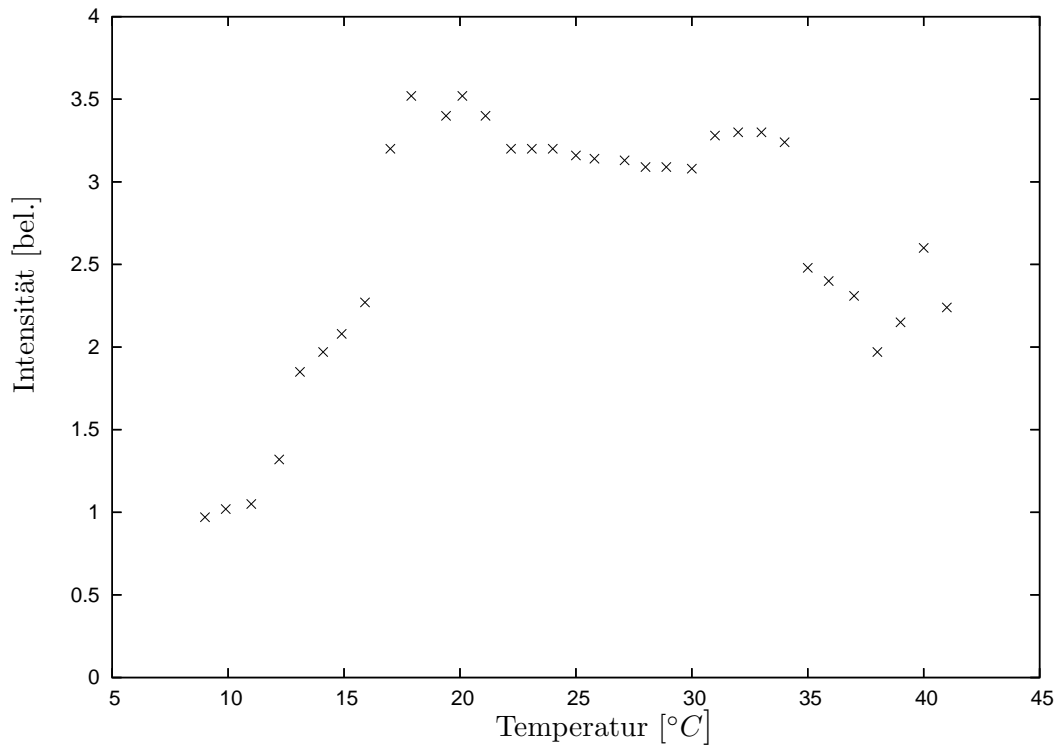


Abbildung 8: Ausgangsleistung des NdYAG-Lasers nach Justage des Endspiegels.

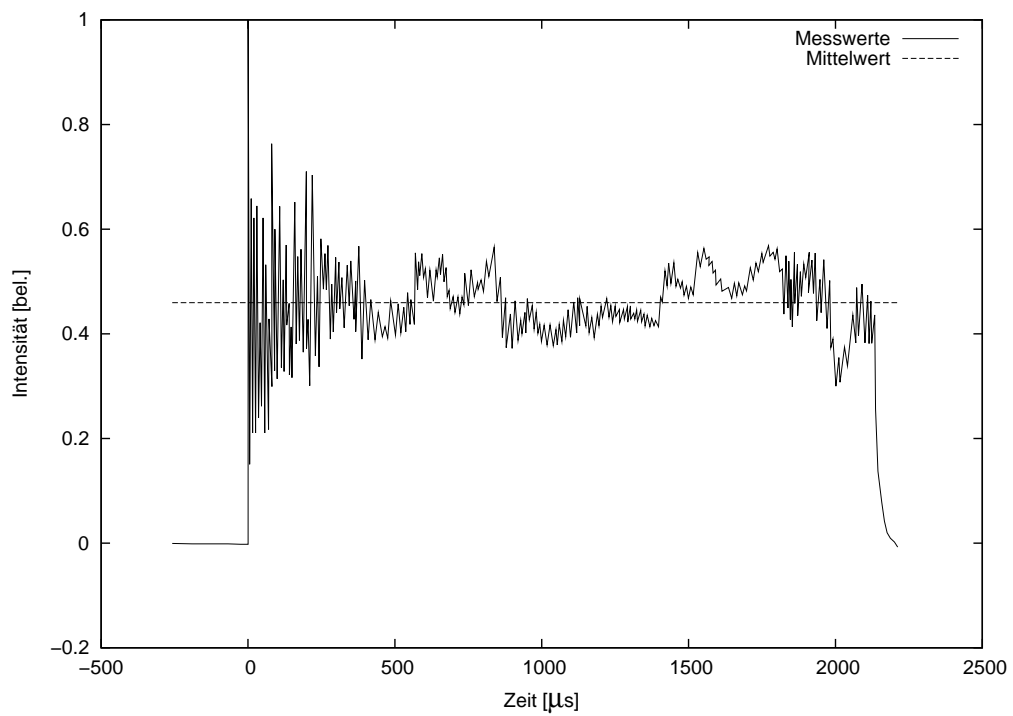


Abbildung 9: Der Einschwingvorgang wird durch die Resonatorgüte des Lasers bestimmt

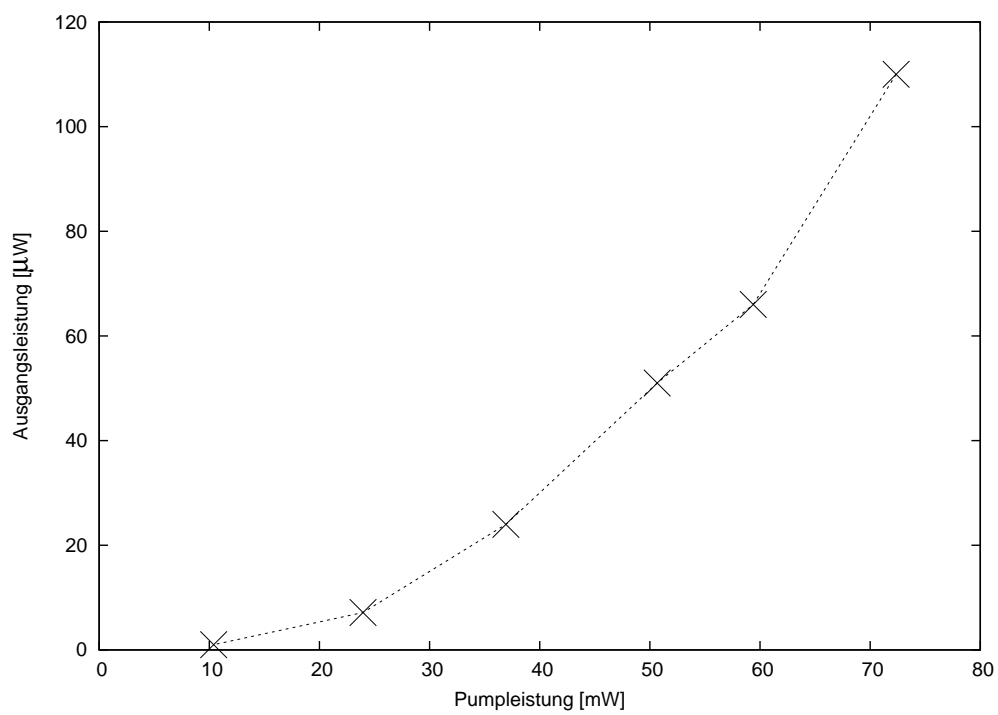


Abbildung 10: Die durch den IR-Laser zur Verfügung gestellte Leistung wird bei der Frequenzverdopplung nur zu einem geringen Teil in Licht der doppelten Wellenlänge konvertiert.